

数 学

〔理学部(化学プログラム・生物学プログラム)・
農学部・水産学部・共同獣医学部〕

注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は表紙を除いて 3 ページである。
3. 問題は、**1** ~ **3** の 3 題ある。
4. 解答用紙は、**1** ~ **3** のそれぞれについて 1 枚ずつ計 3 枚ある。
5. **3** は選択問題であるから、解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
6. 「解答始め」の合図があったら、まず、掲示又は板書してある問題冊子ページ数・解答用紙枚数・下書き用紙枚数が、自分に配付された数と合っているか確認し、もし数が合わない場合は手を高く挙げ申し出ること。次に、解答用紙をミシン目に沿って落ち着いて丁寧に別々に切り離し、学部名・受験番号・氏名を必ずすべての解答用紙の指定された箇所に記入してから、解答を始めること。最終ページは下書きに使用してかまわない。
7. 解答は、必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終えるようにし、裏面には決して記入しないこと。
8. 解答は、論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また、文字は丁寧に書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

- (1) p, q を実数とする。2次方程式 $x^2 + px + q = 0$ が異なる解 α, β をもつとき、 $\frac{\alpha^4 - \beta^4}{\alpha - \beta}$ を p, q を用いて表せ。
- (2) 斜辺の長さが一定の直角三角形のうち、面積が最大のものは、直角二等辺三角形であることを示せ。
- (3) $\sin 1, \sin 2, \sin 3, \cos 1$ という 4つの数値を小さい方から順に並べよ。ただし、1, 2, 3は、それぞれ 1 ラジアン、2 ラジアン、3 ラジアンを表す。

2 $0 < a < 1$ とする。このとき、次の関数 $f(x)$ を考える。

$$f(x) = x^3 + 3(\log_{\frac{1}{4}}\sqrt{a} + \log_{\frac{1}{8}}4)x^2 - 4(\log_{\frac{1}{4}}a)x - 4(\log_{\frac{1}{4}}\sqrt{a})^3$$

- (1) $b = \log_{\frac{1}{4}}a$ とおく。関数 $f(x)$ を、対数が現れない形で、 b を用いて表せ。
- (2) $f'(x) = 0$ となる x を求めよ。
- (3) $f(x)$ の極大値が $\frac{9}{2}$ であるとする。このとき、 a の値を求めよ。

3 次の **3—1**, **3—2**, **3—3** から 1 題を選択して解答せよ。

解答用紙の所定の欄に、解答する問題の番号を記入すること。

3—1 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 2, \quad (n+1)a_{n+1} = (n+3)a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $b_n = \frac{a_n}{(n+2)(n+1)}$ とするとき、 $b_{n+1} - b_n$ を n を用いて表せ。

(2) 次の等式が k についての恒等式となるように、定数 p の値を定めよ。

$$\frac{1}{(k+3)(k+2)(k+1)} = \frac{1}{p} \left\{ \frac{1}{(k+2)(k+1)} - \frac{1}{(k+3)(k+2)} \right\}$$

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3—2 平面上の三角形 ABC は $\angle BAC = 60^\circ$ の三角形で、 $AB = 5$,

$AC = 8$ とする。 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC の交点を D とし、 $\angle ABC$ の二等分線と辺 AC の交点を E とする。

(1) 辺 BC の長さを求めよ。

(2) \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BE} を \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} を用いて表せ。

(3) 線分 AD と線分 BE の交点を I とするとき、 \overrightarrow{AI} を \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} を用いて表せ。

3 — 3

1, 2, 3, 4, 5, 6 の数字が 1 つずつ記入された 6 枚のカードを袋の中に入れる。この袋の中から 2 枚のカードを同時に抜き出し、それらのカードの数の大きい方を X 、小さい方を Y とする。

- (1) 確率変数 X の期待値 $E(X)$ を求めよ。
- (2) 確率変数 X と Y は互いに独立であるか、独立でないか、答えよ。
- (3) 確率変数 XY の期待値 $E(XY)$ を求めよ。