数　　学

〔教育学部〕

注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は表紙を除いて4ページである。
3. 問題は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ の3題ある。
4. 解答用紙は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ のそれぞれについて1枚ずつ計3枚ある。
5. $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ は選択問題であるから，解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
6. 「解答始め」の合図があったら，まず，掲示又は板書してある問題冊子ページ数・解答用紙枚数・下書き用紙枚数が，自分に配付された数と合っているか確認し，もし数が合わない場合は手を高く挙げ申し出ること。次に，解答用紙をミシン目に沿って落ち着いて丁寧に別々に切り離し，学部名・受験番号・氏名を必ずすべての解答用紙の指定された箇所に記入してから，解答を始めること。最終ページは下書きに使用してかまわない。
7. 解答は，必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終えるようにし，裏面には決して記入しないこと。
8. 解答は，論証および計算の進め方がはっきり分かるように，順序よく的確に表現すること。また，文字は丁寧に書くこと。

$\boxed{1}$ 次の各問いに答えよ。

(1) $\mathrm{AB} = 5$, $\mathrm{BC} = 9$, $\mathrm{CA} = 6$ である三角形 ABC を考える。頂点 A から辺 BC に下ろした垂線 AH の長さを求めよ。

(2) $ab = 4a - b$ を満たす正の整数 a, b の組をすべて求めよ。

(3) 正 $2n$ 角形 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\cdots\mathrm{A}_{2n-1}\mathrm{A}_{2n}$ の異なる 3 つの頂点を結んで三角形を作る。このような三角形の作り方は何通りあるか。なお，頂点が異なれば異なる三角形であるとする。またこのような三角形を任意に選ぶとき，それが直角三角形となる確率 p を求めよ。ただし，$n \geqq 2$ とする。

$\boxed{2}$ 次の $\boxed{2-1}$，$\boxed{2-2}$ から1題を選択して解答せよ。
解答用紙の所定の欄に，解答する問題の番号を記入すること。

$\boxed{2-1}$ 次の各問いに答えよ。

(1) a, b, c が1でない正の実数のとき，次の等式が成立することを証明せよ。

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

(2) $s = \log_{10} 2$, $t = \log_{10} 3$ とするとき，$\log_{30} 600$ を s と t を用いて表せ。

(3) 次の関数の最大値と最小値を求めよ。またそのときの x の値を求めよ。

$$y = 2(\log_5 x)^2 - \log_5 x^8 + 6 \quad (1 \leqq x \leqq 125)$$

$\boxed{2-2}$ 曲線 $y = \sqrt{x}$ $(x > 0)$ を C とする。C の接線で点 $(0, 1)$ を通るものを ℓ とする。また C の法線で傾きが -2 のものを n とする。

(1) 直線 ℓ の方程式を求めよ。

(2) 直線 n の方程式を求めよ。

(3) 曲線 C, 直線 ℓ および直線 n で囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{3}$ 次の $\boxed{3-1}$, $\boxed{3-2}$, $\boxed{3-3}$ から1題を選択して解答せよ。
解答用紙の所定の欄に，解答する問題の番号を記入すること。

$\boxed{3-1}$ 各項が正となる数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1, \qquad a_2 = 2, \qquad a_{n+1}a_{n-1} = {a_n}^2 + 1 \quad (n \geqq 2)$$

を満たすとする。

(1) a_3, a_4, a_5 を求めよ。

(2) c を実数とする。3以上のすべての自然数 n に対して

$$(a_{n+1} + ca_n + a_{n-1})a_{n-1} = a_n(a_n + ca_{n-1} + a_{n-2})$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 3以上のすべての自然数 n に対して

$$a_n - 3a_{n-1} + a_{n-2} = 0$$

が成り立つことを証明せよ。

3 — 2　平行六面体 OAFB-CEGD を考える。t を正の実数とし，辺 OC を $1:t$ に内分する点を M とする。また三角形 ABM と直線 OG の交点を P とする。さらに

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a},\qquad \overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b},\qquad \overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$$

とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, t を用いて表せ。

(2) 四面体 OABE の体積を V_1 とし，四面体 OABP の体積を V_2 とするとき，これらの比 $V_1:V_2$ を求めよ。

(3) 三角形 OAB の重心を Q とする。直線 FC と直線 QP が平行になるとき，t の値を求めよ。

3 — 3　大小 2 個のサイコロを同時に投げる。大きいサイコロの出る目を十の位，小さいサイコロの出る目を一の位としてできる 2 桁の数を X とし，小さいサイコロの出る目を十の位，大きいサイコロの出る目を一の位としてできる 2 桁の数を Y とする。

(1) 確率 $P(X-Y>0)$ を求めよ。

(2) 確率変数 X の期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

(3) 確率変数 $X-Y$ の標準偏差 $\sigma(X-Y)$ を求めよ。