

数 学

〔理学部(化学プログラム・生物学プログラム)・
農学部・水産学部・共同獣医学部〕

注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は表紙を除いて3ページである。
3. 問題は、**1** ～ **3** の3題ある。
4. 解答用紙は、**1** ～ **3** のそれぞれについて1枚ずつ計3枚ある。
5. **3** は選択問題であるから、解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
6. 「解答始め」の合図があったら、まず、掲示又は板書してある問題冊子ページ数・解答用紙枚数・下書き用紙枚数が、自分に配付された数と合っているか確認し、もし数が合わない場合は手を高く挙げ申し出ること。次に、解答用紙をミシン目に沿って落ちていて丁寧に別々に切り離し、学部名・受験番号・氏名を必ずすべての解答用紙の指定された箇所に記入してから、解答を始めること。最終ページは下書きに使用してかまわない。
7. 解答は、必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終わるようにし、裏面には決して記入しないこと。
8. 解答は、論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また、文字は丁寧に書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

- (1) $AB = 5$, $BC = 9$, $CA = 6$ である三角形 ABC を考える。頂点 A から辺 BC に下ろした垂線 AH の長さを求めよ。
- (2) $ab = 4a - b$ を満たす正の整数 a , b の組をすべて求めよ。
- (3) 正 $2n$ 角形 $A_1A_2 \cdots A_{2n-1}A_{2n}$ の異なる 3 つの頂点を結んで三角形を作る。このような三角形の作り方は何通りあるか。なお、頂点が異なれば異なる三角形であるとする。またこのような三角形を任意に選ぶとき、それが直角三角形となる確率 p を求めよ。ただし、 $n \geq 2$ とする。

2 次の各問いに答えよ。

- (1) a , b , c が 1 でない正の実数のとき、次の等式が成立することを証明せよ。

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- (2) $s = \log_{10} 2$, $t = \log_{10} 3$ とするとき、 $\log_{30} 600$ を s と t を用いて表せ。
- (3) 次の関数の最大値と最小値を求めよ。またそのときの x の値を求めよ。

$$y = 2(\log_5 x)^2 - \log_5 x^8 + 6 \quad (1 \leq x \leq 125)$$

3 次の 3—1, 3—2, 3—3 から1題を選択して解答せよ。

解答用紙の所定の欄に、解答する問題の番号を記入すること。

3—1 各項が正となる数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+1}a_{n-1} = a_n^2 + 1 \quad (n \geq 2)$$

を満たすとする。

(1) a_3, a_4, a_5 を求めよ。

(2) c を実数とする。3以上のすべての自然数 n に対して

$$(a_{n+1} + ca_n + a_{n-1})a_{n-1} = a_n(a_n + ca_{n-1} + a_{n-2})$$

が成り立つことを証明せよ。

(3) 3以上のすべての自然数 n に対して

$$a_n - 3a_{n-1} + a_{n-2} = 0$$

が成り立つことを証明せよ。

3 — 2

平行六面体 OAFB-CEGD を考える。 t を正の実数とし、辺 OC を

1 : t に内分する点を M とする。また三角形 ABM と直線 OG の交点を P とする。
さらに

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \quad \overrightarrow{OC} = \vec{c}$$

とする。

- (1) \overrightarrow{OP} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , t を用いて表せ。
- (2) 四面体 OABE の体積を V_1 とし、四面体 OABP の体積を V_2 とするとき、
これらの比 $V_1 : V_2$ を求めよ。
- (3) 三角形 OAB の重心を Q とする。直線 FC と直線 QP が平行になるとき、
 t の値を求めよ。

3 — 3

大小 2 個のサイコロを同時に投げる。大きいサイコロの出る目を十の位、小さいサイコロの出る目を一の位としてできる 2 桁の数を X とし、小さいサイコロの出る目を十の位、大きいサイコロの出る目を一の位としてできる 2 桁の数を Y とする。

- (1) 確率 $P(X - Y > 0)$ を求めよ。
- (2) 確率変数 X の期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。
- (3) 確率変数 $X - Y$ の標準偏差 $\sigma(X - Y)$ を求めよ。