

数 学

〔教育学部〕

注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は表紙を除いて4ページである。
3. 問題は、**1** ～ **3** の3題ある。
4. 解答用紙は、**1** ～ **3** のそれぞれについて1枚ずつ計3枚ある。
5. **2** **3** は選択問題であるから、解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
6. 「解答始め」の合図があったら、まず、掲示又は板書してある問題冊子ページ数・解答用紙枚数・下書き用紙枚数が、自分に配付された数と合っているか確認し、もし数が合わない場合は手を高く挙げ申し出ること。次に、学部名・受験番号・氏名を必ずすべての解答用紙の指定された箇所に記入してから、解答を始めること。最終ページは下書きに使用してかまわない。
7. 解答は、必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終えるようにし、裏面には決して記入しないこと。
8. 解答は、論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また、文字は丁寧に書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

- (1) 3辺の長さがそれぞれ2, 4, $2\sqrt{5}$ である三角形に内接する円の面積を求めよ。
- (2) $\theta = \sqrt{5} + \sqrt{7}$ とする。有理数を係数とする4次の整式 $f(x)$ のうち、 $f(\theta) = 0$ を満たし4次の項の係数が1となるものを1つ答えよ。
- (3) 1個のサイコロを3回投げるとき、出る目の和が7以上である確率を求めよ。

2 次の **2—1**, **2—2** から 1 題を選択して解答せよ。
解答用紙の所定の欄に、解答する問題の番号を記入すること。

2—1 座標平面上の 2 点 $A(0, 0)$, $B(0, 5k)$ および放物線

$$C: y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}$$

を考える。ただし、 $k > 0$ とする。

- (1) 点 P が A , B からの距離の比が $3:2$ の点をすべて動くとき、 P の軌跡を求めよ。
- (2) (1) の軌跡と放物線 C の共有点の個数がちょうど 2 になるような k の値の範囲を求めよ。

2—2 実数全体で定義された関数 $f(x) = 2^x - 1$ を考える。

- (1) 関数 $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ。またその定義域を求めよ。
- (2) 2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = f^{-1}(x)$ の共有点の座標をすべて求めよ。
- (3) 2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = f^{-1}(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

3 次の **3—1**, **3—2**, **3—3** から1題を選択して解答せよ。

解答用紙の所定の欄に、解答する問題の番号を記入すること。

3—1 自然数 n に対して、 a_n, b_n を

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n = a_n + b_n\sqrt{5}$$

を満たす有理数とする。ただし、4つの有理数 a, b, c, d が

$$a + b\sqrt{5} = c + d\sqrt{5}$$

を満たせば $a = c$ かつ $b = d$ が成り立つので、 a_n, b_n は各自然数 n に対し1通りに定まることに注意する。

- (1) n が3の倍数であるとき、 a_n, b_n がともに整数となることを示せ。
- (2) 自然数 n が3の倍数であるとき、 a_n, b_n のどちらか一方が偶数で他方が奇数となることを示せ。
- (3) a_n, b_n がともに整数となるのは n が3の倍数のときに限ることを示せ。

3—2 空間に異なる4点P, A, B, Cがあり, 次の条件が満たされているとする。

- 三角形PABは1辺の長さが1の正三角形である。
- 線分PAと線分PCは正六角形の隣り合う2辺である。この正六角形を α とおく。
- 線分PBと線分PCは α とは異なる正六角形の隣り合う2辺である。この正六角形を β とおく。

(1) 内積 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC}$, および $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$ を求めよ。

さらに, 次の条件を満たすような異なる3点H, Q, Rを考える。

- Hは線分PA上にある。
- Qは3点P, A, Bによって定まる平面を直線PAで2分割した領域のBを含む側にあり, 線分HQは長さ1でPAに垂直である。
- Rは正六角形 α の内部にあり, 線分HRは長さ1でPAに垂直である。

(2) \overrightarrow{HQ} と \overrightarrow{HR} を \overrightarrow{PA} , \overrightarrow{PB} , \overrightarrow{PC} を用いてあらわせ。

(3) \overrightarrow{HQ} と \overrightarrow{HR} のなす角を θ とするととき $\cos \theta$ を求めよ。

3—3 袋に赤玉4個と白玉2個が入っている。無作為に玉を1個取り出して, それが赤玉であれば白玉と, 白玉であれば赤玉と取り換えて袋に戻すという操作を考える。この操作を2回繰り返したあと袋にある赤玉の数を X とし, 一方, 3回繰り返したあと袋にある白玉の数を Y とする。

(1) 確率 $P(X=4)$ を求めよ。

(2) 確率変数 X の期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ。

(3) 確率変数 Y の期待値 $E(Y)$ を求めよ。

(裏)

令和5年度個別学力検査等

問題訂正等用紙

以下のとおり、

問題冊子に訂正があります。

解答用紙に訂正があります。

補足説明があります。

科目名〔 数学 〕

2頁 2-1 3行目

(誤) . . . ただし、 $k > 0$ とする。

(正) . . . ただし、 k は正の定数 とする。