

# 数 学

## 〔教育学部〕

### 注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は表紙を除いて4ページである。
3. 問題は、**1** ～ **3** の3題ある。
4. 解答用紙は、**1** ～ **3** のそれぞれについて1枚ずつ計3枚ある。
5. **2** **3** は選択問題であるから、解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
6. 「解答始め」の合図があったら、まず、掲示又は板書してある問題冊子ページ数・解答用紙枚数・下書き用紙枚数が、自分に配付された数と合っているか確認し、もし数が合わない場合は手を高く挙げ申し出ること。次に、受験番号・氏名を必ずすべての解答用紙の指定された箇所に記入してから、解答を始めること。最終ページは下書きに使用してかまわない。
7. 解答は、必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終わるようにし、裏面には決して記入しないこと。
8. 解答は、論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また、文字は丁寧に書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

(1) 4個のさいころを同時に投げるとき、ちょうど3個のさいころの出る目が同じになる確率を求めよ。

(2) 次の不等式を解け。

$$|x^2 + 6x - 1| \leq 7 - x$$

(3) 次の数の大小関係を調べ、小さい順に並べよ。

ただし、 $3.1 < \pi < 3.2$  を用いてよい。

$$\frac{1}{2}, \log_{11} \pi, \sqrt[4]{\frac{1}{8}}$$

2 次の 2—1, 2—2 から 1 題を選択して解答せよ。  
解答用紙の所定の欄に、解答する問題の番号を記入すること。

2—1 次の関数を考える。

$$y = 4 \sin^3 \theta - 4 \cos^3 \theta + 3\sqrt{2} \sin \theta \cos \theta \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

また、 $x = \sin \theta - \cos \theta$  とする。

- (1)  $x$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2)  $y$  を  $x$  の関数で表せ。
- (3)  $y$  の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの  $\theta$  の値を求めよ。

2—2 関数  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$  を考える。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

- (1) 関数  $y = f(x)$  のグラフの概形をかけ。ただし、凹凸は調べなくてよい。
- (2) 曲線  $y = f(x)$ 、直線  $x = \log 2$ 、 $x$  軸、 $y$  軸で囲まれた部分の面積を求めよ。
- (3) (2) で定めた部分を  $x$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

**3** 次の **3—1** , **3—2** , **3—3** から 1 題を選択して解答せよ。

解答用紙の所定の欄に、解答する問題の番号を記入すること。

**3—1**  $c \geq 3$  である実数  $c$  に対して、 $x$  の 2 次方程式

$$x^2 - 2(c + 1)x + c^2 - 2c + 9 = 0 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

を考える。

(1) 2 次方程式①は、 $c$  より大きい実数解と  $c$  より小さい実数解をもつことを示せ。

(1) の結果を用いて、次のように数列  $\{a_n\}$  を定める。 $a_1 = 3$  とする。 $c = a_1$  のときの方程式①の実数解のうち、 $a_1$  より大きい方を  $a_2$  とおく。次に  $a_2 > 3$  が成り立つことに注意して、 $c = a_2$  のときの方程式①の実数解のうち、 $a_2$  より大きい方を  $a_3$  とおく。これを繰り返す。すなわち、 $3 = a_1 < a_2 < \cdots < a_{n-1} < a_n$  が成り立ち、2 次方程式

$$x^2 - 2(a_n + 1)x + a_n^2 - 2a_n + 9 = 0 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

の実数解のうち、大きい方が  $a_{n+1}$  である。

(2)  $n \geq 2$  とする。2 次方程式②の実数解のうち、小さい方は  $a_{n-1}$  であることを示せ。

(3) 数列  $\{a_n\}$  が次の漸化式を満たすことを示せ。

$$a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1} + 2 \quad (n = 2, 3, \cdots)$$

(4) 数列  $\{b_n\}$  を

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, \cdots)$$

と定めるとき、数列  $\{b_n\}$  と数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

**3—2** 座標空間において、点  $A(2, 0, 4)$ 、点  $B(3, -2, 5)$  を通る直線を  $l$ 、点  $C(3, 2, 2)$ 、点  $D(4, 3, 0)$  を通る直線を  $m$  とする。

- (1) 2つのベクトル  $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{CD}$  のなす角を、 $0^\circ$  と  $180^\circ$  の間の範囲で答えよ。
- (2) 直線  $l$ 、 $m$  が交わるか交わらないか調べよ。
- (3) 直線  $l$ 、 $m$  の両方と交わり、両方と直交する直線を  $n$  とする。 $n$  と  $l$  の交点、および  $n$  と  $m$  の交点を求めよ。

**3—3** 袋の中に  $-1$ 、 $0$ 、 $1$  が書かれたカードがそれぞれ 1 枚、1 枚、 $m$  枚ずつ入っている。ただし、 $m$  は自然数である。この袋の中から無作為に 2 枚同時に取り出す。取り出されたカードに書かれた数字をそれぞれ  $X$ 、 $Y$  とする。ただし、 $X \leq Y$  とする。

- (1)  $m = 2$  のとき、確率  $P(X \geq 0)$  を求めよ。
- (2)  $m = 9$  のとき、確率  $P(Y = 1)$  を求めよ。
- (3)  $XY$  の期待値  $E(XY)$  が正となるような  $m$  のうち、最小のものを求めよ。

