

数 学

〔 理学部(化学プログラム・生物学プログラム)・
農学部・水産学部・共同獣医学部 〕

注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は表紙を除いて3ページである。
3. 問題は、**1** ～ **3** の3題ある。
4. 解答用紙は、**1** ～ **3** のそれぞれについて1枚ずつ計3枚ある。
5. **3** は選択問題であるから、解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
6. 「解答始め」の合図があったら、まず、掲示又は板書してある問題冊子ページ数・解答用紙枚数・下書き用紙枚数が、自分に配付された数と合っているか確認し、もし数が合わない場合は手を高く挙げ申し出ること。次に、受験番号・氏名を必ずすべての解答用紙の指定された箇所に記入してから、解答を始めること。最終ページは下書きに使用してかまわない。
7. 解答は、必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終わるようにし、裏面には決して記入しないこと。
8. 解答は、論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また、文字は丁寧を書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

(1) 4個のさいころを同時に投げるとき、ちょうど3個のさいころの出る目が同じになる確率を求めよ。

(2) 次の不等式を解け。

$$|x^2 + 6x - 1| \leq 7 - x$$

(3) 次の数の大小関係を調べ、小さい順に並べよ。

ただし、 $3.1 < \pi < 3.2$ を用いてよい。

$$\frac{1}{2}, \log_{11} \pi, \sqrt[4]{\frac{1}{8}}$$

2 次の関数を考える。

$$y = 4 \sin^3 \theta - 4 \cos^3 \theta + 3\sqrt{2} \sin \theta \cos \theta \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

また、 $x = \sin \theta - \cos \theta$ とする。

(1) x のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) y を x の関数で表せ。

(3) y の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。

3 次の **3—1** , **3—2** , **3—3** から 1 題を選択して解答せよ。

解答用紙の所定の欄に、解答する問題の番号を記入すること。

3—1 $c \geq 3$ である実数 c に対して、 x の 2 次方程式

$$x^2 - 2(c + 1)x + c^2 - 2c + 9 = 0 \quad \cdots\cdots\textcircled{1}$$

を考える。

(1) 2 次方程式①は、 c より大きい実数解と c より小さい実数解をもつことを示せ。

(1) の結果を用いて、次のように数列 $\{a_n\}$ を定める。 $a_1 = 3$ とする。 $c = a_1$ のときの方程式①の実数解のうち、 a_1 より大きい方を a_2 とおく。次に $a_2 > 3$ が成り立つことに注意して、 $c = a_2$ のときの方程式①の実数解のうち、 a_2 より大きい方を a_3 とおく。これを繰り返す。すなわち、 $3 = a_1 < a_2 < \cdots < a_{n-1} < a_n$ が成り立ち、2 次方程式

$$x^2 - 2(a_n + 1)x + a_n^2 - 2a_n + 9 = 0 \quad \cdots\cdots\textcircled{2}$$

の実数解のうち、大きい方が a_{n+1} である。

(2) $n \geq 2$ とする。2 次方程式②の実数解のうち、小さい方は a_{n-1} であることを示せ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ が次の漸化式を満たすことを示せ。

$$a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1} + 2 \quad (n = 2, 3, \cdots)$$

(4) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, \cdots)$$

と定めるとき、数列 $\{b_n\}$ と数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

3—2 座標空間において、点 $A(2, 0, 4)$ 、点 $B(3, -2, 5)$ を通る直線を l 、点 $C(3, 2, 2)$ 、点 $D(4, 3, 0)$ を通る直線を m とする。

- (1) 2つのベクトル \overrightarrow{AB} 、 \overrightarrow{CD} のなす角を、 0° と 180° の間の範囲で答えよ。
- (2) 直線 l 、 m が交わるか交わらないか調べよ。
- (3) 直線 l 、 m の両方と交わり、両方と直交する直線を n とする。 n と l の交点、および n と m の交点を求めよ。

3—3 袋の中に -1 、 0 、 1 が書かれたカードがそれぞれ 1 枚、1 枚、 m 枚ずつ入っている。ただし、 m は自然数である。この袋の中から無作為に 2 枚同時に取り出す。取り出されたカードに書かれた数字をそれぞれ X 、 Y とする。ただし、 $X \leq Y$ とする。

- (1) $m = 2$ のとき、確率 $P(X \geq 0)$ を求めよ。
- (2) $m = 9$ のとき、確率 $P(Y = 1)$ を求めよ。
- (3) XY の期待値 $E(XY)$ が正となるような m のうち、最小のものを求めよ。

