

数 学

〔教育学部〕

注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は表紙を除いて3ページである。
3. 問題は、**1** ～ **3** の3題ある。
4. 解答用紙は、**1** ～ **3** のそれぞれについて1枚ずつ計3枚ある。
5. **3** は選択問題であるから、解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
6. 「解答始め」の合図があったら、まず、掲示又は板書してある問題冊子ページ数・解答用紙枚数・下書き用紙枚数が、自分に配付された数と合っているか確認し、もし数が合わない場合は手を高く挙げ申し出ること。次に、受験番号・氏名を必ずすべての解答用紙の指定された箇所に記入してから、解答を始めること。最終ページは下書きに使用してかまわない。
7. 解答は、必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終わるようにし、裏面には決して記入しないこと。
8. 解答は、論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また、文字は丁寧に書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

- (1) 点 O を中心とする円の円周上に異なる 2 点 A, B がある。線分 AB の長さが 8 であるとき、内積 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$ を求めよ。
- (2) 関数 $y = x|x - 1|$ のグラフをかけ。
- (3) 自然数 n に対し、

$$|x| + |y| \leq n$$

を満たす整数 x と y の組 (x, y) の個数を、 n を用いて表せ。ただし、例えば $(0, 1)$ と $(1, 0)$ は異なる組として数えるとする。

- (4) 文字 A が 2 個、文字 B が 2 個、文字 C が 1 個ある。この 5 文字を一行に並べるとき、2 つの A が隣り合わず、かつ 2 つの B も隣り合わないような並べ方は何通りあるか。

2 袋には白い球が 8 個、赤い球が 2 個入っており、ここから球を 1 個ずつ無作為に続けて取り出す。一度取り出した球は袋に戻さないこととする。

- (1) 1 回目に白い球が出て、かつ 2 回目に赤い球が出る確率を求めよ。
- (2) 2 回目に赤い球が出る確率を求めよ。
- (3) 3 回目に赤い球が出る確率を求めよ。
- (4) 続けて 3 回取り出したとき、取り出した白い球の個数の期待値を求めよ。

- 3** 次の **3—1**， **3—2** から 1 題を選択して解答せよ。
解答用紙の所定の欄に，解答する問題の番号を記入すること。

3—1 $AB = AC$ である二等辺三角形 ABC を考える。点 A から辺 BC に下ろした垂線を AD とし，線分 AD の長さを h とする。三角形 ABC の内接円を O_1 とし，その半径を r_1 とする。円 O_1 に外接し，直線 AB ， AC に接する円のうち，半径が r_1 より小さい方を O_2 とし，その半径を r_2 とする。また，円 O_1 と直線 AB との接点を H_1 とする。同様に，円 O_2 と直線 AB との接点を H_2 とする。

(1) $r_2 = r_1 \left(1 - \frac{2r_1}{h}\right)$ を示せ。

$n \geq 3$ においても同様に，円 O_{n-1} に外接し，直線 AB ， AC に接する円のうち，半径が r_{n-1} より小さい方を O_n とし，その半径を r_n とする。また，円 O_n と直線 AB との接点を H_n とする。

(2) $r_3 = r_1 \left(1 - \frac{2r_1}{h}\right)^2$ を示せ。

(3) 円 O_n ($n \geq 1$) の中心も同じ記号 O_n で表す。任意の自然数 $n \geq 1$ において三角形 AO_1H_1 と三角形 AO_nH_n が相似であることを用いて，(*) を示せ。

$$n \geq 4 \text{ において, } r_n = r_1 \left(1 - \frac{2r_1}{h}\right)^{n-1} \dots\dots (*)$$

3—2 区間 $[0, 1]$ を定義域とする関数

$$f(x) = 2\sqrt{x} - x, \quad g(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

に対して以下の問いに答えよ。

- (1) 次の定積分 C_1, C_2 を求めよ。また, C_1, C_2 のどちらが大きい
か答えよ。

$$C_1 = \int_0^1 \{f(x) - g(x)\} dx, \quad C_2 = \int_0^1 \{g(x) - x\} dx$$

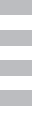
- (2) $x > 0$ とし, $T = \sqrt{x}$ とおく。次の式を T を用いて表し, T の
式として因数分解せよ。

$$x^2 - 3x + 2\sqrt{x}$$

- (3) $0 < x < \frac{1}{2}$ において, $g(x)$ の第 2 次導関数 $g''(x)$ を求め,
 $y = g(x)$ のグラフの凹凸を調べよ。

- (4) $0 < x < \frac{1}{2}$ において, 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$f(x) > 2x - x^2 > g(x)$$



科目名： 数学

問題冊子の補足説明

- ① 2頁上から6行目
- ② 2頁上から11行目

(誤) 直線AB, ACに接する円のうち, 半径が
...

(正) 直線AB, ACに接する円のうち, 中心が
直線AD上にあり, 半径が...