

数 学

〔理学部(化学プログラム／生物学プログラム)・
農学部・水産学部・共同獣医学部〕

注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. この冊子は表紙を除いて2ページである。
3. 問題は、**1** ～ **3** の3題ある。
4. 解答用紙は、**1** ～ **3** のそれぞれについて1枚ずつ計3枚ある。
5. 「解答始め」の合図があったら、まず、掲示又は板書してある問題冊子ページ数・解答用紙枚数・下書き用紙枚数が、自分に配付された数と合っているか確認し、もし数が合わない場合は手を高く挙げ申し出ること。次に、学部名・受験番号・氏名を必ずすべての解答用紙の指定された箇所に記入してから、解答を始めること。最終ページは下書きに使用してかまわない。
6. 解答は、必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終えるようにし、裏面には決して記入しないこと。
7. 解答は、論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また、文字は丁寧に書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

- (1) 点 O を中心とする円の円周上に異なる 2 点 A, B がある。線分 AB の長さが 8 であるとき、内積 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$ を求めよ。
- (2) 関数 $y = x|x - 1|$ のグラフをかけ。
- (3) 自然数 n に対し、

$$|x| + |y| \leq n$$

を満たす整数 x と y の組 (x, y) の個数を、 n を用いて表せ。ただし、例えば $(0, 1)$ と $(1, 0)$ は異なる組として数えるとする。

- (4) 文字 A が 2 個、文字 B が 2 個、文字 C が 1 個ある。この 5 文字を一行に並べるとき、2 つの A が隣り合わず、かつ 2 つの B も隣り合わないような並べ方は何通りあるか。

2 袋には白い球が 8 個、赤い球が 2 個入っており、ここから球を 1 個ずつ無作為に続けて取り出す。一度取り出した球は袋に戻さないこととする。

- (1) 1 回目に白い球が出て、かつ 2 回目に赤い球が出る確率を求めよ。
- (2) 2 回目に赤い球が出る確率を求めよ。
- (3) 3 回目に赤い球が出る確率を求めよ。
- (4) 続けて 3 回取り出したとき、取り出した白い球の個数の期待値を求めよ。

3 点 O を中心とする半径 1 の円周上に $\angle AOB = \frac{2}{3}\pi$ となる 2 点 A, B がある。 $\angle AOB$ を中心角とする弧 AB 上に点 A, B 以外の点 C があるとし、 $\angle AOC = 2\theta$ とする。ただし、 $0 < 2\theta < \frac{2}{3}\pi$ である。線分 AC, BC の長さをそれぞれ $\overline{AC}, \overline{BC}$ とし、 $L(\theta) = 2\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ ($0 < 2\theta < \frac{2}{3}\pi$) とおく。

- (1) $\overline{AC}, \overline{BC}$ を $\sin\theta, \cos\theta$ を用いて表せ。
- (2) $L(\theta)$ を $\sin 2\theta, \cos 2\theta$ を用いて表せ。
- (3) 関数 $L(\theta)$ の最小値を求めよ。

四角形 $OACB$ を直線 OC に沿って折り曲げて、平面 OBC と平面 OAC が垂直になるようにする。このようにしてできる四面体 $OABC$ の体積を $V(\theta)$ とする。

- (4) 関数 $V(\theta)$ ($0 < 2\theta < \frac{2}{3}\pi$) を θ を用いて表し、その最大値を求めよ。

